

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА УЛЬЯНОВСКА
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ГОРОДА УЛЬЯНОВСКА «ГИМНАЗИЯ № 34»

УТВЕРЖДЕНО
приказом директора
МБОУ «Гимназия №34»
№ 981 от «30» августа 2023 г.

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
естественно-научной направленности
«Решение нестандартных задач по математике»**

Ульяновск

2023 год

Пояснительная записка
Настоящая дополнительная общеобразовательная общеразвивающая
программа естественно-научной направленности «Решение нестандартных задач по

математике» (далее - образовательная программа) предназначена для **обучающихся 10 классов**, представляет собой углубленное изучение обучающимися математики, за пределами курса математики основной общеобразовательной программы среднего общего образования.

Форма обучения – очная.

Общий срок освоения программы – 64 часа.

Актуальность программы:

Данная программа позволит учащимся ознакомиться со многими интересными вопросами математики, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о науке, будет способствовать повышению интереса детей к познавательной деятельности и формированию математического и общего интеллектуального образования.

Данный курс рассчитан в первую очередь на учащихся, желающих углубить свои знания по математике, поможет школьникам открыть для себя новые методы и нестандартные способы решения задач, которые не рассматриваются в рамках школьной программы.

Особенности организации образовательного процесса.

Реализация программы предусматривается в группах. Средняя наполняемость группы: 20 человек. Однако возможна реализация настоящей программы как индивидуально, так и в составе групп иной наполняемости.

Продолжительность занятий исчисляется в академических часах. Продолжительность занятий определяется требованиями действующего законодательства в зависимости от возраста обучающихся в соответствии с законодательством Российской Федерации в области обеспечения санитарно-эпидемиологического благополучия населения.

Цель отражает современную направленность дополнительного образования – развить творческие способности детей посредством формирования их познавательных интересов, самостоятельности мышления, удовлетворения потребности в труде и подготовки к свободному осознанному выбору будущей профессиональной деятельности.

Для реализации этой цели важно решить следующие **задачи**:

- создать условия для развития личности каждого ребёнка, раскрытия его способностей творчеству;
- создать индивидуально-ориентированный подход к развитию личности, удовлетворяющий её духовно-нравственные, интеллектуальные, физические потребности;
- помочь развить способность личности к самостоятельному решению проблем и постоянному самообразованию через стимулирование творческой активности;
- обеспечить взаимное сотрудничество педагога дополнительного образования и обучающихся, а также их родителей;
- создать , атмосферу и установить контакт с каждым обучающимся.

Данная программа рассматривает следующий аспект изучения математики: общеобразовательный, в котором математика рассматривается как средство развития логического мышления, умения анализировать, выявлять сущности и отношения, описывать планы действий и делать логические выводы.

Преподавание строится как углубленное изучение вопросов математики, расширяющих кругозор, формирующих мировоззрение, раскрывающих прикладные аспекты математики. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Особое место занимают задачи, требующие применения знаний в изменённой ситуации.

Программа предусматривает включение задач и заданий, трудность которых определяется не столько математическим содержанием, сколько новизной и необычностью

математической ситуации, что способствует появлению у обучающихся желания отказаться от образца, проявить самостоятельность, а также формированию умений работать в условиях поиска и развитию сообразительности, любознательности. В процессе выполнения заданий дети учатся видеть сходство и различия, замечать закономерность, выявлять причины и характер изменений и на основе этого формулировать выводы.

Также настоящая образовательная программа позволяет обучающимся ознакомиться с дополнительными вопросами предмета по курсу математики, выходящими за рамки школьной программы, расширить целостное представление о проблеме данной науки. Решение математических задач, связанных с логическим мышлением закрепит интерес детей к познавательной деятельности, будет способствовать развитию мыслительных операций и общему интеллектуальному развитию.

Не менее важным фактором реализации данной программы является и стремление развить у обучающихся умений самостоятельно работать, думать, решать нестандартные задачи, а также совершенствовать умения аргументации собственной позиции по определенному вопросу.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ИЗУЧЕНИЯ

К завершению освоения данной образовательной программы планируется, что обучающие *научатся*:

- 1) точно и сжато выразить математическую мысль в письменном изложении, используя соответствующую символику;
- 2) уверенно владеть математическими умениями и навыками решения математических задач;
- 3) уметь применять нестандартные методы при решении уравнений и неравенств, систем уравнений и неравенств;
- 4) уметь анализировать текст задачи: ориентироваться, выделять условие и вопрос, данные и искомые числа(величины);
- 5) уметь выбирать необходимую информацию, содержащую в тексте задачи, на рисунке или в таблице, для ответа на заданные вопросы.
- 6) овладеют методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- 7) овладеют основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- 8) сформируют представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 9) смогут находить нестандартные способы решения задач;
- 10) сформируют умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.

УЧЕБНЫЙ ПЛАН

Срок обучения – 64 часа.

№ п/п	Наименование учебных дисциплин	Количество часов
1	Многочлены над числовыми кольцами и полями (6 часов)	6
2	Теория вероятностей и математическая статистика (6 часов)	6
3	Решение олимпиадных задач планиметрии (8 часов)	8
4	Нестандартные методы решения неравенств и уравнений (16 часов)	16
5	Системы алгебраических уравнений (6 часов)	6
6	Решение стереометрических задач (8 часов).	8
7	Модуль (6 часов)	6
8	Параметры (6 часа.)	6
9	Обобщающий урок.	2
	Итого	64

Промежуточная аттестация проводится по завершении освоения каждой темы в форме практической работы. Результаты промежуточной аттестации по всем дисциплинам признаются результатами итоговой аттестации.

КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

Календарный учебный график определяет даты начала и окончания освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы, продолжительность учебного года. Срок освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы – 64 часа.

Начала занятий - с 1 октября текущего учебного года, 2 часа в неделю. Учебный год завершается 24 мая текущего учебного года.

Каникулы не предусмотрены.

Расписание занятий составляется в соответствии с СанПиН 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления молодёжи», с учетом обеспечения наиболее благоприятного режима труда и отдыха обучающихся, по представлению педагогических работников, реализующих дополнительные общеобразовательные общеразвивающие программы, а также с учетом пожеланий обучающихся, родителей (законных представителей) и возрастных особенностей обучающихся.

Продолжительность занятий 45 минут. В неделю 2 занятия, всего за период обучения 64 занятия.

СОДЕРЖАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ

естественно-научной направленности

«Решение нестандартных задач по математике»

1. Многочлены над числовыми кольцами и полями (6 часов)

Основные структурные элементы многочлена. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Схема Горнера. Симметрические многочлены и их применение. Метод неопределённых коэффициентов. Возвратные уравнения. Однородные уравнения. Уравнения и неравенства с двумя переменными.

Основная цель – формировать у учащихся навык разложения многочлена степени выше второй на множители, нахождение корней многочлена, применять теорему Безу и ее следствия для нахождения корней уравнений выше второй, а также упрощения рациональных выражений. Применение теории многочленов в нестандартной ситуации при решении уравнений и неравенств.

2. Теория вероятностей и математическая статистика (6 часов)

Случайные события. Классическое определение вероятности. Пространство элементарных исходов. Теоремы о произведении и сумме событий. Правила и формулы комбинаторики. Подсчёт классической вероятности с помощью правил комбинаторики. Формула Бернулли. Полная вероятность.

Основная цель - приобретение знаний о правилах и формулах комбинаторики, о понятиях и теоремах теории вероятностей, о статистическом наблюдении и статистическом выводе; формирование научного мировоззрения.

3. Решение олимпиадных задач планиметрии (8 часов)

Формулы медианы и биссектрисы треугольника. Теорема Менелая. Теорема Чевы. Метод площадей. Метод вспомогательной окружности.

Основная цель – расширить теоретические знания учащихся по планиметрии; сформировать умения и навыки по овладению общими методами геометрии и применению их при решении задач. Научить учащихся точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения.

4. Нестандартные методы решения неравенств и уравнений (16 часов)

Метод декомпозиции при решении логарифмических неравенств. Метод декомпозиции при решении показательных неравенств. Комбинированные методы решения неравенств. Логарифмические уравнения, содержащие тригонометрические выражения. Показательные уравнения, содержащие тригонометрические выражения. Нестандартные тригонометрические уравнения. Отбор корней в тригонометрических уравнениях.

Основная цель - рассмотреть нестандартные методы преобразований неравенств и уравнений, нестандартные способы решения уравнений; познакомить с методом декомпозиции при решении неравенств; формировать исследовательские умения средствами неравенств; систематизировать основные приёмы преобразований логарифмических, показательных и тригонометрических выражений, содержащихся в уравнениях и неравенствах

5. Системы алгебраических уравнений (6 часов)

Системы, решаемые умножением и делением, ведением новой переменной; Симметрические системы. Однородные системы. Системы трех уравнений с тремя неизвестными.

Основная цель – познакомить учащихся с разнообразием систем и методов их решения.

6. Решение стереометрических задач (8 часов). Задачи на нахождение площадей сечений в многогранниках. Теорема Менелая в стереометрических задачах. Задачи на нахождение элементов многогранников. Решение задач на комбинацию пространственных тел.

Основная цель – применение знаний и способов планиметрии при решении стереометрических задач повышенной сложности, содержащих отношение отрезков, нахождение площади сечения и другие

7. Модуль (6 часов)

Свойства модуля и его геометрическая интерпретация. Способы решения уравнений, неравенств с модулем и их систем. Уравнения вида: $|f(x)| = g(x); |f(x)| = |g(x)|$;

Неравенства вида: $|f(x)| \leq g(x); |f(x)| \geq g(x); |f(x)| \leq |g(x)|$; Уравнения и неравенства с несколькими модулями.

Основная цель – формировать умение учащихся применять основные способы решения заданий с модулями: используя определение модуля, его геометрическую интерпретацию или по общей схеме.

8. Параметры (6 часа.)

Виды уравнений и неравенств с параметром. Нестандартные задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена. Решение задач с параметром графическим способом.

Основная цель – познакомить учащихся с основными приемами решения задач с параметрами; помочь преодолеть психологический барьер, обусловленный противоречивыми характеристиками параметра; развивать логическое мышление учащихся, их графическую культуру, умение самостоятельно рассуждать, анализировать, систематизировать; расширить общий кругозор.

9. **Обобщающий урок. (2 часа)** Решение разнообразных задач по курсу.

Учебно-тематический план

№ п/п	Тема	Кол-во часов
1.	1. Многочлены над числовыми кольцами и полями	6
1.1.	Основные структурные элементы многочлена. Алгоритм Евклида. Теорема Безу. Схема Горнера.	2
1.2.	Симметрические многочлены и их применение. Метод неопределённых коэффициентов.	2
1.3.	Возвратные уравнения. Однородные уравнения. Уравнения и неравенства с двумя переменными	2
2.	Теория вероятностей и математическая статистика	6
2.1.	Случайные события. Классическое определение вероятности. Пространство элементарных исходов. Теоремы о произведении и сумме событий	2
2.2.	Правила и формулы комбинаторики. Подсчёт классической вероятности с помощью правил комбинаторики.	2
2.3.	Формула Бернулли. Полная вероятность.	2
3	Решение олимпиадных задач планиметрии	8
3.1.	Формулы медианы и биссектрисы треугольника.	2
3.2.	Теорема Чевы. Метод площадей.	2
3.3.	Теорема Менелая.	2
3.5.	Метод вспомогательной окружности	2
4	Нестандартные методы решения неравенств и уравнений	16
4.1.	Метод декомпозиции при решении логарифмических	2

	неравенств	
4.2	Метод декомпозиции при решении показательных неравенств	2
4.3	Комбинированные методы решения неравенств	2
4.4	Комбинированные методы решения неравенств	2
4.5	Логарифмические уравнения, содержащие тригонометрические выражения и наоборот	2
4.6	Показательные уравнения, содержащие тригонометрические выражения	2
4.7	Нестандартные тригонометрические уравнения	2
4.8	Отбор корней в тригонометрических уравнениях.	2
5	Системы алгебраических уравнений	6
5.1.	Системы, решаемые умножением и делением, ведением новой переменной	2
5.2.	Симметрические системы. Однородные системы.	2
5.3.	Системы трех уравнений с тремя неизвестными.	2
6	Решение стереометрических задач	8
6.1.	Задачи на нахождение площадей сечений многогранников	2
6.2.	Теорема Менелая в стереометрических задачах	2
6.3.	Задачи на нахождение элементов многогранников	2
7.4.	Решение задач на комбинацию пространственных тел	2
7	Модуль	6
7.1.	Свойства модуля и его геометрическая интерпретация	2
7.2.	Способы решения уравнений, неравенств с модулем и их систем Уравнения вида: $ f(x) = g(x); f(x) = g(x) $ Неравенства вида: $ f(x) \leq g(x); f(x) \geq g(x); f(x) \leq g(x) $	2
7.3.	Уравнения и неравенства с несколькими модулями.	2
8	Параметры	6
8.1.	Виды уравнений и неравенств с параметром	2
8.2.	Нестандартные задачи, сводящиеся к исследованию квадратного трехчлена	2
8.3.	Решение задач с параметром графическим способом	2
9	Обобщающий урок	2
9.1	Решение разнообразных задач по курсу	2
Итого		64

ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

Настоящую программу реализуют штатные педагогические работники, имеющие высшее и среднее специальное профессиональное образование, отвечающие требованиям, установленным Федеральным законом №273-ФЗ от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 22.09.2021 №652н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10.2013 №544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», Приказом Министерства здравоохранения и социального развития РФ от 26.08.2010 № 761н «Об утверждении Единого квалификационного справочника должностей

руководителей, специалистов и служащих, раздел «Квалификационные характеристики должностей работников образования».

Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение.

Образовательная деятельность организована в учебных кабинетах гимназии, оборудованными в соответствии с санитарными требованиями и гигиеническими нормативами.

Кабинеты оборудованы техническими средствами обучения: компьютерами, мультимедийными проекторами, интерактивными досками, принтерами, сканерами, наглядными материалами по темам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виленкин Н. Я., Ивашев-Мусатов О. С, Шварцбурд С. И. Алгебра и математический анализ для 10-11 класса. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2014.
2. Карп А.П. Сборник задач по алгебре и началам анализа. - М.: Просвещение, 1995.
- Куланин Е. Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике.- М.: Айрис-пресс, 2002.
3. Локоть В. В. Задачи с параметрами. Иррациональные уравнения, неравенства, системы, задачи с модулем. М.: АРКТИ, 2006.
4. Локоть В. В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства, системы. М.: АРКТИ, 2005.
5. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л. Н. «Наглядная геометрия». Москва, Дрофа, 2012.
6. Е.Е. Калугина. Уравнения, содержащие знак модуля./ — М: Илекса. 2010.
7. С.А.Субханкулова. Задачи с параметрами./ — М: Илекса. 2010.
8. А.В. Фарков. Математические олимпиады в школе./ — М: Айрис - пресс. 2011

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ФОРМЫ КОНТРОЛЯ

В целях промежуточной аттестации разработаны оценочные материалы:

1. Проверочная работа 1

1 в.

2 в.

1. Найти остаток от деления $P(x)$ на $Q(x)$

$$P(x) = 32x^4 - 64x^3 + 8x^2 + 36x + 4$$

$$Q(x) = 2x - 1$$

$$P(x) = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12$$

$$Q(x) = x - 2$$

2. Методом неопределенных коэффициентов найти частное и остаток от деления $P(x)$ на $Q(x)$. Выполнить проверку, используя деление «углом».

$$P(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 2$$

$$Q(x) = 2x^2 - x + 2$$

$$P(x) = 5x^4 - x^3 - x - 4$$

$$Q(x) = x^2 - 4$$

3. С помощью схемы Горнера выполнить деление $P(x)$ на $Q(x)$.

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 18x - 40$$

$$Q(x) = x + 2$$

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 2$$

$$Q(x) = 2x - 3$$

2. Проверочная работа 2

Вариант 1	Вариант 2
<p>Стрелок стреляет по мишени 5 раз. Вероятность того, что он попадет в мишень, равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок:</p> <p>а) попадет в мишень ровно три раза; б) более четырех раз; в) менее двух раз; г) четное число раз; д) не менее одного раза и не более трех раз; е) либо три раза, либо пять раз.</p>	<p>Стрелок стреляет по мишени 5 раз. Вероятность того, что он попадет в мишень, равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок:</p> <p>а) попадет в мишень ровно два раза; б) более трех раз; в) менее двух раз; г) нечетное число раз; д) не менее трех раз и не более четырех раз; е) либо четыре раза, либо ни разу.</p>

3. Проверочная работа 3

Вариант 1	Вариант 2																		
<p>1) В корзине 10 яблок, причем 6 из них красные. Наудачу выбирают 2 яблока. ξ – число красных яблок, среди отобранных. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график.</p> <p>2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>0,1</td> <td>p</td> <td>0,4</td> <td>0,2</td> </tr> </table> <p>а) вычислить p, $M\xi$ и $D\xi$; б) вычислить $M\eta$ и $D\eta$, если $\eta = 5 - 4\xi$.</p> <p>3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 2 \\ x, & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ <p>а) найти функцию распределения; б) построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить $M\xi$; в) вычислить вероятность попадания ξ в интервал $[0; 0,5]$.</p> <p>4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=-30$ и $\sigma=5$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi > -35)$, соответствующую область под графиком заштриховать.</p>	x_i	-2	-1	0	3	p_i	0,1	p	0,4	0,2	<p>1) Производится 3 выстрела по мишени, вероятность попадания при каждом выстреле $2/3$. ξ – число попаданий в мишень. Построить ряд распределения, функцию распределения, и ее график. Найти $M\xi$, $D\xi$.</p> <p>2) Дискретная случайная величина задана рядом распределения:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>p_i</td> <td>0,3</td> <td>0,3</td> <td>p</td> </tr> </table> <p>а) вычислить p, $M\xi$ и $D\xi$; б) вычислить $M\eta$ и $D\eta$, если $\eta = -2 + 5\xi$.</p> <p>3) Непрерывная случайная величина задана плотностью вероятности:</p> $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2\pi \\ a \sin x, & \text{при } 2\pi \leq x \leq 3\pi \\ 0, & \text{при } x > 3\pi \end{cases}$ <p>а) найти коэффициент a; б) найти функцию распределения; в) построить графики $f(x)$, $F(x)$; вычислить вероятность попадания ξ в интервал $[\frac{7\pi}{3}; \frac{9\pi}{4}]$.</p> <p>4) С.в. ξ имеет нормальное распределение с $m=20$ и $\sigma=10$. Выписать плотность вероятности, построить график, найти $P(\xi > 10)$, соответствующую область под графиком заштриховать.</p>	x_i	-1	1	4	p_i	0,3	0,3	p
x_i	-2	-1	0	3															
p_i	0,1	p	0,4	0,2															
x_i	-1	1	4																
p_i	0,3	0,3	p																

4. Проверочная работа 4

1. Точки A_1 и B_1 делят стороны BC и AC треугольника ABC в отношениях $2 : 1$ и $1 : 2$. Прямые AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 1. Найдите площадь треугольника OBC . (3 балла).
2. Отрезок MN , соединяющий середины сторон AD и BC четырехугольника $ABCD$ делится диагоналями на три равные части. Докажите, что $ABCD$ – трапеция, одно из оснований AB или CD , которое в двое больше другого. (3 балла).
3. Пусть на стороне AB и продолжении сторон BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1 , A_1 и B_1 . Докажите, что прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке или параллельны тогда и только

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1$$

тогда, когда выполняется равенство (4 балла).

4. Используя теорему Чевы, докажите, что высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке. (4 балла).

5. Докажите, что прямые, проходящие через вершины треугольника и точки касания вневписанных окружностей, пересекаются в одной точке (точке Нагеля). (Окружность называется вневписанной в треугольник, если она касается одной стороны этого треугольника и продолжений двух других его сторон). (5 баллов).

6. Пусть на сторонах AB , BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки C_1 , A_1 , B_1 так, что прямые

$$\frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1} = 2$$

AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O . Докажите, что выполняется равенство (5 баллов).

7. Пусть на ребрах AB , BC , CD и AD тетраэдра $ABCD$ взяты соответственно точки A_1 , B_1 , C_1 , D_1 . Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 , D_1 лежат в одной плоскости тогда и только тогда, когда выполняется равенство

$$\frac{AA_1}{A_1B} \cdot \frac{BB_1}{B_1C} \cdot \frac{CC_1}{C_1D} \cdot \frac{DD_1}{D_1A} = 1.$$

(5 баллов).

5. Проверочная работа 5

Решить уравнение

$$\cos x = 1 + x^8.$$

$$x2^x = 8.$$

$$\log_{\pi} \cos^2 x = x^4.$$

Доказать, что следующее уравнение не имеет решений

1. $\sqrt{1-x} + \sqrt[4]{x-1} = 1.$

2. $\sqrt{2-x} = \log_5(x-2).$

6. Проверочная работа 6

Решите уравн

$$2^{|x|(x-2\pi)^2} = |\cos x|$$

$$2^{-|x|} = \frac{1}{2\sqrt{2}}(|x+1| + |x-1|).$$

$$4|x| + \frac{9\pi^2}{|x|} - |\sin x| = 12\pi - 1.$$

Решите неравен

$$|x^2 - x^4 + 5 \sin x| < -1.$$

$$|x-1| + |2x+3| \leq 0.$$

7. Проверочная работа 7

314. Зная, что один из корней уравнения

$$x^3 + bx^2 = bx + 5 - 4x^2$$

с параметром b равен -1 , определите, чему равно b , и найдите другие корни.

315. Какие случаи надо выделить при решении уравнения $a^2x - ax = 5a - 5$ с параметром a ? Для каждого случая найдите множество корней.

316. Решите относительно x уравнение:

- а) $ax = a + 6$;
- б) $c(c - 2)x = c^2 - 4$;
- в) $p^2x - 3px = p^2 - 9$;
- г) $ax + 5a = 30 + 6x$;
- д) $ax + 8x = a^2 + 6a - 16$;
- е) $b^2x - x = b^2 + 4b - 5$;
- ж) $cx + x(2 - 5c) = 1 - 2c$;
- з) $(a^2 + 1)x + a(a - 2x) = 1$.

317. Решите уравнение с параметром a :

- а) $2x + \frac{x}{a} = 3$;
- б) $\frac{x}{a-2} = x - 1$;
- в) $\frac{x-a}{a-1} = \frac{x-2}{a}$;
- г) $\frac{y+8}{a} - a = \frac{y-4}{2}$;
- д) $\frac{x}{a-1} - x = \frac{5}{a+1}$;
- е) $\frac{3y-1}{a} - \frac{1}{a+1} = y$.

318. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{5x}{6} - b = \frac{1}{3}$ имеет:

- а) положительный корень;
- б) корень, принадлежащий промежутку $(-1; 4)$;
- в) корень, находящийся вне промежутка $[-2; 6]$?

319. При каких значениях параметра p уравнение

$$(3x + p + 2)^2 - (3x - p + 1)^2 = 12x + 4$$

имеет:

- а) отрицательный корень;
- б) корень, принадлежащий промежутку $(-0,5; 0,5)$?

320. При каких значениях параметра a

- а) уравнение $a^2x + 6 = 12 - ax$ имеет положительный корень;
- б) уравнение $ax + 8 = 7a^2x - 4$ имеет отрицательный корень?